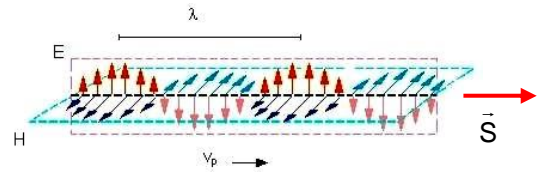


# Capítulo 7. Óptica Ondulatoria

## 7.1 Frente de Onda

Al analizar la onda electromagnética en el capítulo 5 se llegó a la conclusión de que la onda en el vacío transportaba una energía dada por el *vector de Poynting*, definido como el producto vectorial de los vectores E y H:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}.$$



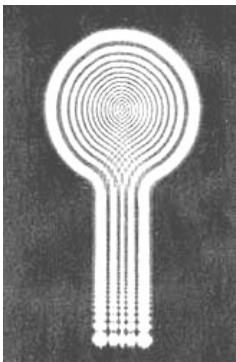
El módulo del vector de Poynting representa la energía electromagnética  $E$  que atraviesa la unidad de área transversal a la dirección de propagación en la unidad de tiempo. Este *flujo de energía* también se conoce como la *intensidad* de la radiación:

$$I = \frac{E}{At}$$

Como los valores de E y H no son independientes (en el vacío  $H = (\epsilon_0/\mu_0)^{1/2}E$ ), en el cap. 5 se llegó a la conclusión de que la intensidad de la luz era proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico<sup>1</sup>. Analíticamente,

$$I \propto E^2$$

Este resultado será utilizado en las secciones siguientes.

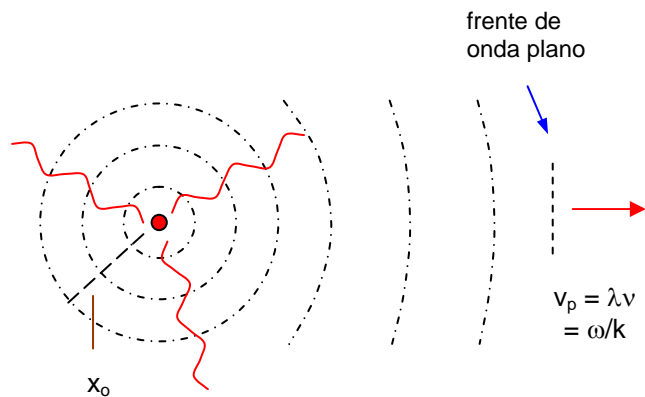


Existen una serie de fenómenos que no pueden ser explicados utilizando solamente el concepto de rayo luminoso. Por ejemplo, la luz no siempre viaja en línea recta. En la figura se muestra una foto de un agujero en forma de ojo de cerradura, iluminado por el lado contrario. En vez de obtenerse una separación nítida entre luz y sombra, se observa perfectamente la formación de zonas alternas de mayor y menor iluminación a distancias definidas del borde. En la parte inferior también se nota como la luz rebasa ligeramente el borde del agujero, como si se curvara en su trayectoria. Este efecto no es causado por la cámara fotográfica, pues puede ser observado a simple vista en condiciones adecuadas.

Para explicar adecuadamente este tipo de fenómenos es necesario introducir algunos conceptos como el de *frente de onda*.

Se llama frente de onda a la *superficie imaginaria formada por todos los puntos de la onda monocromática donde, en un instante dado, el vector intensidad de campo eléctrico tiene la misma fase  $\phi = (kx - \omega t)$ .*

Si consideramos una fuente puntual de radiación, los frentes de onda tendrán la forma de circunferencia concéntricas con centro en la fuente (ver figura). Según la expresión  $\phi = (kx - \omega t)$ , donde k y  $\omega$  son constantes, para un instante dado  $t_0$  y si la fase  $\phi = \text{constante}$ , la distancia  $x_0$  a la fuente será la misma para todos los puntos, lo que proporciona una circunferencia.



<sup>1</sup> Más específicamente, de la intensidad de campo.

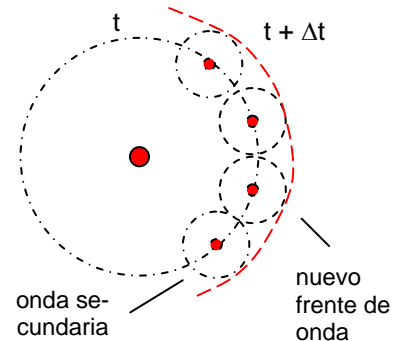
En la figura también se observa que cuando el frente de onda se encuentra alejado de la fuente prácticamente se convierte en un *frente de onda plano*.

## 7.2 Principio de Huyghens - Fresnel

Dentro del modelo ondulatorio de la propagación de la luz, el principio de Huyghens – Fresnel es, a su vez, un modelo que permite analizar muchos fenómenos ondulatorios en forma muy sencilla. El principio dice lo siguiente:

- Durante la propagación de la luz, cada punto de un frente de onda se comporta como un emisor de ondas esféricas secundarias.
- El nuevo frente de onda creado en un instante  $\Delta t$  posterior pasa por la superficie tangente a las ondas secundarias.

El principio se ilustra en el gráfico siguiente. El nuevo frente de onda se forma a partir de la curva tangente construida a partir de las ondas secundarias, que tienen su centro en un frente de onda determinado. La importancia del principio radica en que, utilizando esta construcción geométrica simple, es posible analizar lo que sucede cuando la luz pasa por un orificio o incide sobre un borde y deja de propagarse en línea recta.

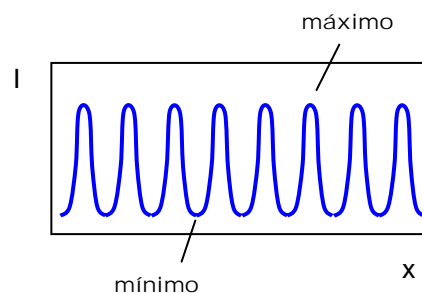
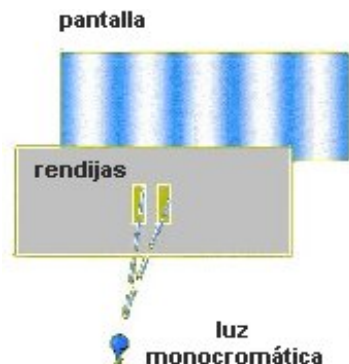


De los muchos ejemplos posibles, analizaremos uno de los experimentos clásicos relacionados al modelo ondulatorio: el experimento de Young.

## 7.3 Experimento de Young

Si se iluminan dos rendijas muy unidas y pequeñas con una fuente de luz monocromática, es posible observar en una pantalla, colocada a una distancia adecuada, un conjunto de franjas donde la luz presenta máximos y mínimos alternos de intensidad. Si se hace un gráfico de las intensidades de las franjas en la pantalla en función de la posición, se obtiene una dependencia similar a la de la figura siguiente. En la figura la separación entre franjas está muy exagerada; usualmente el espesor de las franjas no es mayor de una fracción de mm.

El fenómeno mediante el cual aparecen las franjas alternas de luz y sombra se conoce como *interferencia de la luz*, y puede ser analizado a partir del principio de Huyghens, el concepto de *coherencia* y el modelo ondulatorio de la luz.



Dos fuentes luminosas son *coherentes* cuando la diferencia de fase de la radiación por ellas emitida se mantiene constante al transcurrir el tiempo. En el experimento que estamos analizando, las rendijas se comportan como fuentes coherentes, porque su radiación está originada por el mismo frente de onda (o por diferentes frentes que

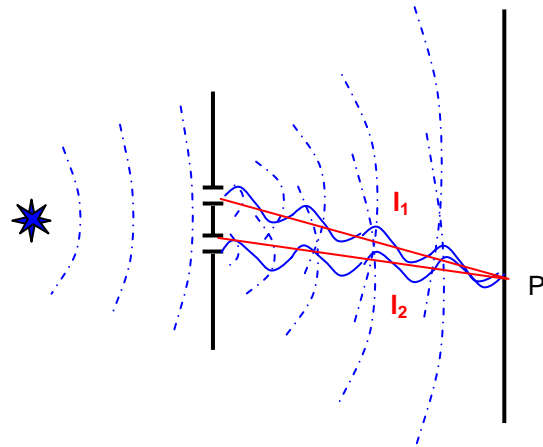
mantienen constante su diferencia de fase). Si las fuentes no son coherentes el fenómeno no se observa, porque al cambiar continuamente la diferencia de fases lo que se obtiene es una iluminación promedio en toda la pantalla.

En la figura adjunta, el valor  $\Delta l = l_2 - l_1$  se llama *diferencia de camino*.

En un punto cualquiera P habrá luz o habrá sombra en dependencia de los valores de  $l_2$  y  $l_1$ , que a su vez definen la diferencia de fase entre la radiación proveniente de las dos rendijas.

Considere la suma de las amplitudes de las ondas provenientes de las dos rendijas en P:

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 \\ E_1 &= E_{o1} \text{sen}(kl_1 - \omega t) \\ E_2 &= E_{o2} \text{sen}(kl_2 - \omega t) \end{aligned}$$



Recordando que la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico ( $I \propto E^2$ ), si los vectores  $\vec{E}_1$  y  $\vec{E}_2$  son tales que su dirección y sentido coincide en la pantalla y se suman ( $\uparrow\uparrow$ ), habrá un máximo de intensidad, mientras que si los vectores están en sentido contrario y se restan ( $\uparrow\downarrow$ ), habrá un mínimo. En una posición intermedia, la intensidad será tomará un valor intermedio. Este análisis cualitativo se puede hacer también cuantitativamente, de forma mucho más rigurosa.

### Condición de Máximo y Mínimo. Análisis Cuantitativo.

En el punto P:

$$E = E_{o1} \text{sen}(kl_1 - \omega t) + E_{o2} \text{sen}(kl_2 - \omega t)$$

$k = 2\pi/\lambda$  es la misma, al igual que la frecuencia  $\omega = 2\pi\nu$ . Además, si las rendijas son iguales,  $E_{o1} \sim E_{o2} \sim E_o$ , por tanto, la expresión anterior se reduce a:

$$E = E_o \{ \text{sen}(kl_1 - \omega t) + \text{sen}(kl_2 - \omega t) \}$$

Haciendo uso de la igualdad trigonométrica  $\text{sen}A + \text{sen}B = 2\text{sen} \frac{1}{2}(A+B) \cos \frac{1}{2}(A-B)$  y agrupando términos se llega a:

$$E = 2E_o \cos \frac{1}{2} \{k(l_1 - l_2)\} \text{sen}\{k \frac{1}{2}(l_1 + l_2) - \omega t\}$$

Llamando  $E_o' = 2E_o \cos \frac{1}{2} \{k(l_1 - l_2)\}$  y  $l' = \frac{1}{2}(l_1 + l_2)$  se obtiene finalmente

$$E = E_o' \text{sen}(kl' - \omega t)$$

Este resultado significa que, al punto P sigue llegando una onda electromagnética con la misma  $k$  y la misma  $\omega$ . Lo que varía es la amplitud, pues la nueva amplitud  $E_o'$  depende de la diferencia de caminos  $\Delta l = l_1 - l_2$ . Es decir:

$$E_o' = 2E_o \cos \frac{1}{2} k\Delta l$$

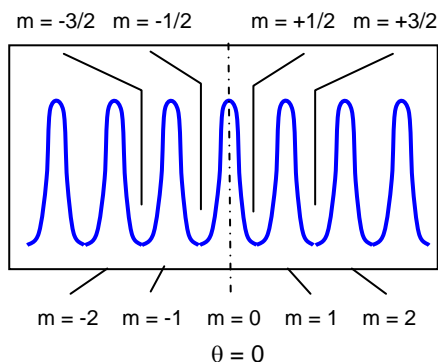
La amplitud de la onda será máxima (y habrá un máximo de intensidad en el punto P) si el coseno toma su valor máximo de 1 ó -1; es decir, si:

$$\frac{1}{2} k\Delta l = 0, \pm \pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \pm 4\pi, \pm 5\pi, \dots$$

$$\frac{1}{2} k\Delta l = m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \text{entero})$$

Sustituyendo  $k = 2\pi/\lambda$  y simplificando se llega a la condición de máximo de interferencia:

$$\Delta l = m\lambda$$



La amplitud será mínima (y habrá un mínimo de intensidad en el punto P) cuando  $\cos \frac{1}{2} kl = 0$ . Esto se cumple cuando

$$\frac{1}{2} kl = \pm \pi/2, \pm 3\pi/2, \pm 5\pi/2, \pm 7\pi/2, \dots$$

$$\frac{1}{2} kl = (2m+1)\pi/2 \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \text{entero})$$

Sustituyendo y simplificando se llega a la condición de mínimo de interferencia:

$$\Delta l = (m + \frac{1}{2}) \lambda$$

### Posición Angular de los Máximos en la Pantalla

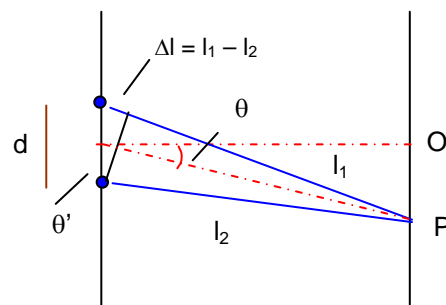
De la figura se ve que  $\theta \approx \theta'$ , por ser ángulos agudos cuyos lados son prácticamente perpendiculares (no son exactamente perpendiculares por construcción, pero la aproximación es excelente). Entonces, suponiendo exacta la aproximación:

$$\text{sen}\theta' = \frac{\Delta l}{d}$$

Sustituyendo en la expresión anterior las correspondientes condiciones de máximo y mínimo de interferencia,  $\Delta l = m\lambda$  y  $\Delta l = (m + \frac{1}{2})\lambda$ , con  $\theta' = \theta$  se obtiene

$$\begin{array}{ll} d\text{sen}\theta = m\lambda & \text{máx.} \\ d\text{sen}\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda & \text{mín.} \end{array}$$

( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ , etc.)



Usualmente las franjas de interferencia se observan solamente para ángulos muy pequeños; en este caso se puede hacer la aproximación  $\text{sen}\theta \approx \theta$ , siempre y cuando  $\theta$  se exprese en radianes..

### Distancia entre Máximos en la Pantalla

Sea  $L$  la distancia desde las rendijas hasta la pantalla. Entonces,

$$\tan \theta = \frac{x}{L}$$

Considerando ángulos pequeños,  $\tan \theta \approx \theta \approx \sin \theta$ . Por tanto, sustituyendo la condición de máximo de orden  $m$ :

$$\frac{m\lambda}{d} = \frac{x}{L}$$

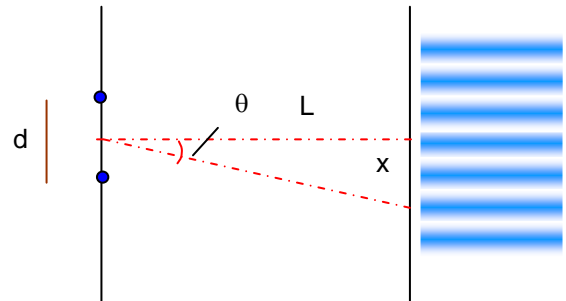
$$x_m = \frac{m\lambda L}{d}$$

El máximo de orden  $(m+1)$  estará en la posición

$$x_{m+1} = \frac{(m+1)\lambda L}{d}$$

y la distancia entre dos máximos sucesivos vendrá dada por  $\Delta x = x_{m+1} - x_m$

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$$



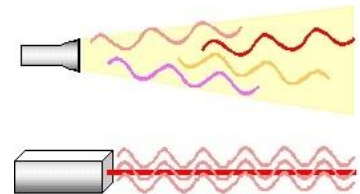
Note que la separación de las franjas depende inversamente de la distancia entre las rendijas. Para ver las franjas bien separadas, la distancia entre rendijas debe ser pequeña. Si aumenta la distancia de la pantalla a las rendijas, o si aumenta la longitud de onda, también las franjas se verán más separadas. La separación es mayor para el rojo, y menor para el violeta.

Es posible realizar el experimento de Young con luz blanca, pero en este caso se obtiene una superposición de franjas coloreadas, ya que cada longitud de onda proporciona una posición de máximo diferente. También se puede obtener la forma analítica de la distribución de intensidad en los máximos de interferencia. Se demuestra que, tomando el máximo de interferencia cuando  $\theta = 0$ , la distribución de intensidades en uno de los picos de interferencia tiene la forma

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)$$

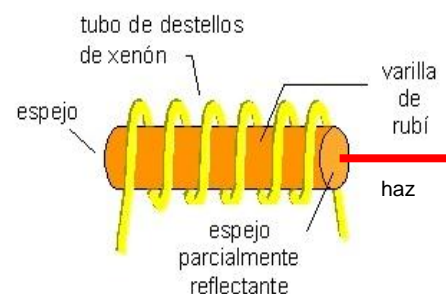
## 7.4 Coherencia y Láser

Un láser (del inglés *laser*; Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) es un dispositivo luminoso concebido de forma tal que la luz emitida por todos los puntos del foco emisor es coherente. Esta particularidad hace que la luz láser sea extremadamente intensa, muy direccional y con una gran pureza de color (monocromaticidad). La figura representa esquemáticamente la diferencia entre la radiación de una fuente de luz convencional y una fuente láser.



En el láser todos los puntos del foco emiten radiación en fase, lo que no ocurre así en una fuente de luz convencional, donde cada punto radía de forma independiente a los demás.

Existen láseres que trabajan en frecuencias que van desde el infrarrojo hasta los rayos x, y según la sustancia que emplean para generar la luz, los láseres suelen denominarse de *estado sólido*, de *gas*, de *semiconductores* y *líquidos*. La frecuencia de la radiación emitida depende de la naturaleza de los átomos de la sustancia en cuestión. Los láseres logran emitir luz coherente "estimulando" los átomos de determinadas sustancias. Esos átomos son capaces de "almacenar" la luz proveniente de una fuente externa por un tiempo muy breve y emitirla posteriormente en forma coherente.



Primeramente, los átomos en cuestión son llevados a un estado excitado por la fuente externa; posteriormente esos átomos son estimulados para que emitan la energía almacenada en forma de pulsos de radiación o "fotones". Los fotones "chocan" a su vez con otros átomos excitados y liberan nuevos fotones. Dos espejos paralelos hacen que los fotones se desplacen continuamente hacia atrás y hacia delante dentro del material (ver figura), desencadenando nuevas emisiones estimuladas y amplificando la luz coherente. Al mismo tiempo, la luz se "filtra" por uno de los espejos, que es sólo parcialmente reflectante, y puede entonces ser utilizada con fines prácticos.

La figura muestra el esquema de un láser de rubí. El rubí sintético usado en este tipo de láseres se obtiene a altas temperaturas, a partir de una mezcla de óxidos de aluminio y cromo; los iones de  $\text{Cr}^{3+}$  son capaces de excitarse con la fuente de xenón y emitir luz roja de gran intensidad. Los posibles usos del láser son casi ilimitados; por ejemplo:

- *Industria.* En la industria se utilizan como fuente de calor muy localizada. Utilizando lentes es posible enfocar sobre un punto muy pequeño un haz de láser potente, con lo que se logra una enorme densidad de energía. Los haces enfocados pueden calentar, fundir o vaporizar materiales de forma precisa. Por ejemplo, los láseres se usan para taladrar diamantes, modelar máquinas herramientas, recortar componentes microelectrónicos, cortar patrones de modas y sintetizar nuevos materiales.
- *Construcciones.* También se utilizan láseres para alinear las estructuras en la construcción de carreteras y edificios.
- *Geología y Meteorología.* Los láseres se emplean para detectar los movimientos de la corteza terrestre y para efectuar medidas geodésicas; también son los detectores más eficaces de ciertos tipos de contaminación atmosférica.
- *Astronomía.* El láser se ha empleado para determinar con precisión la distancia entre la Tierra y la Luna. La luz de un láser puede viajar largas distancias por el espacio exterior con una pequeña reducción de la intensidad de la señal.
- *Comunicaciones.* A causa de su alta frecuencia, la luz láser puede transportar, por ejemplo, 1 000 veces más canales de televisión de lo que transportan las microondas, por lo que el láser resulta ideal para las comunicaciones espaciales vía satélite. Se han desarrollado fibras ópticas de baja pérdida que transmiten luz láser para la comunicación terrestre, en sistemas telefónicos y redes de computadoras.
- *Medicina.* Utilizando haces intensos y estrechos de luz láser es posible cortar y cauterizar ciertos tejidos en una fracción de segundo, sin dañar al tejido sano circundante. El láser se ha empleado para "soldar" la retina, perforar el cráneo, reparar lesiones y cauterizar vasos sanguíneos. También se han desarrollado técnicas láser para realizar pruebas de laboratorio en muestras biológicas pequeñas.

- Los láseres han hecho que se pueda determinar la velocidad de la luz con una precisión sin precedentes.

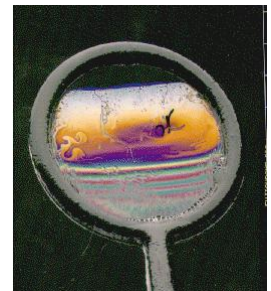
- También permiten inducir reacciones químicas de forma selectiva y detectar la existencia de trazas muy pequeñas de impurezas en una muestra.

- El potente y breve pulso producido por un láser también hace posibles fotografías de alta velocidad con un tiempo de exposición de algunas billonésimas de segundo.

- Finalmente, los sistemas de guiado por láser para misiles, aviones y satélites son muy comunes en la tecnología militar.

## 7.5 Interferencia en Láminas Delgadas

En la figura se observa una película de jabón formada en un aro. Las franjas coloreadas que se observan son causadas por un fenómeno de interferencia conocido como *interferencia en láminas delgadas*. También es posible ver este tipo de interferencia en el pavimento, cuando después de la lluvia se forma una capa muy fina de grasa o aceite sobre el agua. El fenómeno también se presenta en la membrana de algunas células cuando son observadas al microscopio. Es posible analizar las condiciones en que se presenta el fenómeno, si recordamos que, en el seno de un material la longitud de onda disminuye, y que



$$\lambda_n = \lambda/n .$$

Por otra parte, cuando la luz se refleja proveniente de un medio de menor índice en otro de mayor índice, tiene lugar un cambio de fase de  $180^\circ$  en la onda reflejada; es decir:

$$\begin{aligned} E &= E_o \text{sen}(kx - \omega t) && \text{onda incidente} \\ E &= E_o \text{sen}(kx - \omega t + \pi) && \text{onda reflejada} \end{aligned}$$

Sin embargo, esto no ocurre cuando la luz se refleja de un medio de mayor índice en otro de menor índice, o cuando se refracta o atraviesa el medio. En lo que sigue, para simplificar lo más posible el análisis, se considerará solamente la posibilidad de incidencia normal ( $\theta \approx 0$ ).

En la figura, considere las dos ondas que salen de un mismo punto e interfieren en P. Entonces,

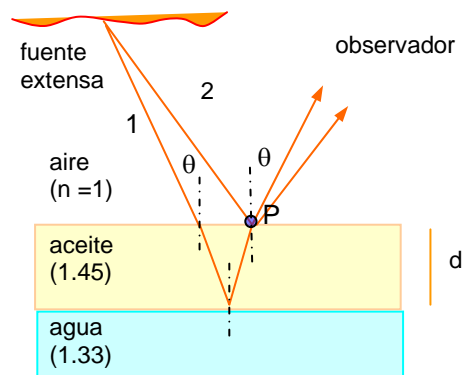
$$\begin{aligned} E_1 &= E_o \text{sen}(kl_1 - \omega t) \\ E_2 &= E_o \text{sen}(kl_2 - \omega t + \pi) \end{aligned}$$

Al obtener la amplitud resultante en P,  $E = E_1 + E_2$ , se obtienen expresiones similares a las del experimento de Young:

$$E = E_o' \text{sen}(kl_o - \omega t + \pi/2)$$

Ahora la amplitud de la onda resultante  $E_o'$  tiene la forma:

$$E_o' = 2E_o \cos \left( \frac{k\Delta l}{2} - \frac{\pi}{2} \right)$$



**Condición de máximo:**  $\cos\phi = \pm 1$ ;  $\rightarrow \phi = 0, \pm \pi, \pm 2\pi, \dots \pm m\pi$

$$\begin{aligned} \frac{k\Delta l}{2} - \frac{\pi}{2} &= m\pi \\ \Delta l &= (m + \frac{1}{2})\lambda \end{aligned}$$

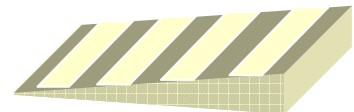
Dentro de la aproximación  $\theta \approx 0$ ,  $\Delta l = 2d$ . Por otra parte, como el medio es el aceite,  $\lambda = \lambda/n$ . Por tanto, sustituyendo se llega a:

$$\boxed{2dn = (m + \frac{1}{2})\lambda} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

La condición de mínimo se obtiene de forma similar:

**Condición de mínimo:**  $2dn = m\lambda$ , ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )

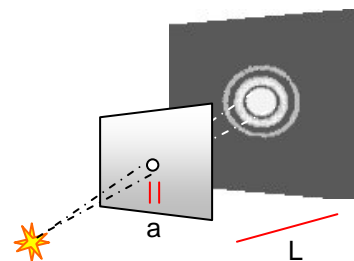
- Supongamos ahora una franja de aceite de espesor variable flotando en el agua. Si la longitud de onda de la radiación incidente es la misma, como el espesor  $d$  varía, habrá regiones donde se cumple la condición de máximo y regiones donde se cumple la condición de mínimo. Por tanto, aparecen franjas alternas de luz y sombra.
- Si en vez de luz monocromática se utiliza luz blanca, diferentes valores de  $d$  proporcionarán máximos para las diferentes  $\lambda$  presentes, y la superficie se verá coloreada. Esto es justamente lo que sucede en las pompas de jabón, donde el espesor variable de la película jabonosa hace que aparezcan máximos para diferentes  $\lambda$  al ser iluminada con la luz natural.



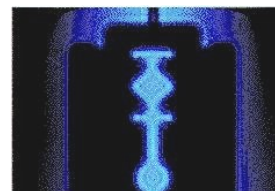
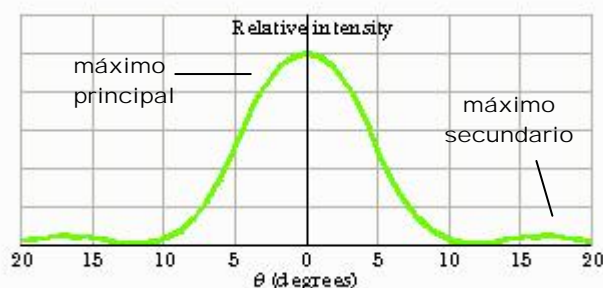
- El fenómeno se observa bien sólo en láminas muy delgadas, de espesor del orden de  $1 \mu\text{m}$  o menor, equivalente a unas pocas longitudes de onda. Si el espesor de la lámina es grande, la diferencia de recorrido de los rayos varía prácticamente de punto a punto, y lo que ve el observador es un promedio de iluminación de todas las  $\lambda$ .
- Note que la ecuación deducida anteriormente es válida solamente si  $n_2 > n_3$  y menor que  $n_1$ . En el caso que  $n_3$  fuera mayor que  $n_2$  también habría cambio de fase de  $\pi$  en la interfase. La condición de mínimo sería ahora la de máximo, etc.

## 7.6 Difracción

En el experimento de la figura, un orificio pequeño de diámetro  $a$  es iluminado con luz monocromática. Si el diámetro del orificio es suficientemente pequeño, se comprueba que en vez de observarse una sombra nítida de los bordes, se observan zonas alternas de luz y sombra más allá de la sombra del borde del orificio. Si se hace un gráfico de la intensidad de la luz en función de la distancia al centro por la horizontal, se obtiene un gráfico como el de la figura de la izquierda.

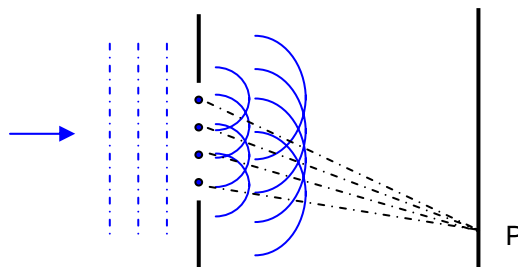


Si en vez de una abertura circular se utiliza una rendija, se obtiene un patrón de franjas de difracción. En la figura de la derecha se muestra un patrón de difracción obtenido con luz monocromática en las rendijas de una cuchilla de afeitar.



El fenómeno de difracción de la luz puede explicarse satisfactoriamente sobre la base del modelo ondulatorio y el principio de Huyghens.

Suponiendo un orificio esférico y considerando el principio de Huyghens, cada punto del orificio se comporta como un nuevo emisor de ondas esféricas. Las ondas así formadas son coherentes y pueden interferir en un punto P fuera de la región de sombra, dando origen a máximos y mínimos de iluminación.



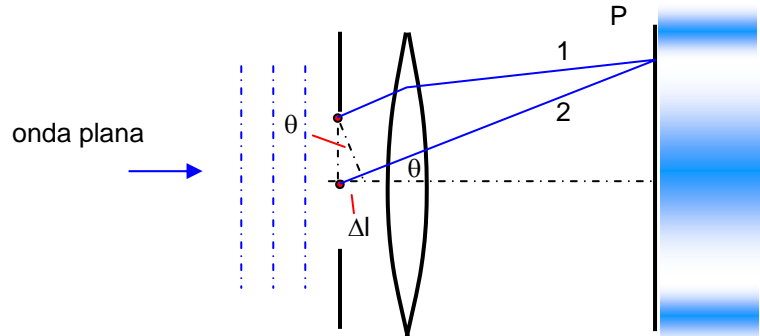
El tratamiento matemático del problema difiere bastante cuando la pantalla y la fuente están cerca del orificio y cuando están lejos. En el primer caso nos encontramos en presencia de la *difracción de Fresnel*, que no será objeto de análisis en este curso. Cuando la fuente y la pantalla están lo suficientemente lejanas del orificio como para considerar que los frentes de onda son planos, nos encontramos en la *difracción de Fraunhofer*. Es posible establecer en el laboratorio las condiciones de Fraunhofer utilizando lentes. Una fuente situada en el foco de una lente proporciona rayos paralelos y frentes de onda planos. de la misma forma, la imagen de los rayos paralelos puede ser enfocada en una pantalla utilizando otra lente.

Los patrones de difracción de Fraunhofer se pueden ver directamente, pues el cristalino del ojo funciona como lente convergente y el cristalino como pantalla.

Las lentes no añaden diferencias de fase adicional a las ondas que las atraviesan por diferentes puntos. Es cierto que, en una lente convergente, el rayo de luz que pasa por el centro recorre una distancia mayor que el que pasa por el borde de la lente, pero lo hace con velocidad  $v = c/n < c$ . Así, el rayo que pasa por el centro recorre una distancia mayor, pero a menor velocidad, mientras que el que pasa por el borde recorre sólo una distancia pequeña a menor velocidad, y el resto a mayor velocidad. El resultado neto es que ambos efectos se compensan y no se introduce diferencia adicional.

### 7.7 Condición de Mínimo de Difracción (Fraunhofer)

En la figura, la abertura tiene un ancho  $a$ , y los puntos que dan origen a los rayos 1 y 2 están separados una distancia  $a/2$ . Habrá un mínimo en el punto P si los rayos 1 y 2 interfieren en forma destructiva. Note que si los rayos 1 y 2 interfieren, entonces los rayos paralelos provenientes de los puntos inmediatamente debajo de los considerados también interferirán destructivamente.



El razonamiento se extiende rápidamente a todos los puntos de la abertura, considerando que interaccionan por parejas. La condición de mínimo es la misma que en el caso del experimento de Young;  $\Delta l = (m + \frac{1}{2})\lambda$ . El primer mínimo ocurre para  $m = 0$ . De la figura se ve inmediatamente que

$$\text{sen}\theta \approx \frac{\Delta l}{a/2}$$

Sustituyendo y simplificando se llega a:

$$a \text{sen}\theta = \lambda$$

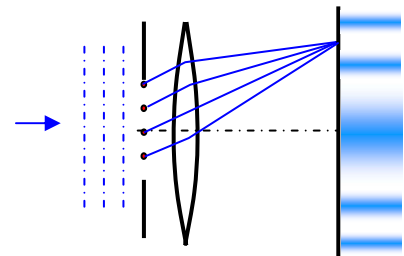
para la condición que debe cumplir el primer mínimo.

Para calcular la condición del 2do mínimo, procedamos a dividir la abertura en 4 partes iguales y considerar la interferencia de los 4 rayos que salen de los extremos de las divisiones. Por un razonamiento similar al del caso anterior se obtiene

$$\Delta l = (a/4) \text{sen}\theta$$

y esta diferencia es la misma para todos los rayos. Sustituyendo la condición de mínimo,  $\Delta l = (m + \frac{1}{2})\lambda$  se obtiene que el segundo mínimo debe cumplir la condición

$$a \text{sen}\theta = 2\lambda$$



A partir de estos dos resultados es posible generalizar la condición de mínimo de difracción:

$$a \text{sen}\theta = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots n$$

Note que  $m = 0$  no aparece, ya que correspondería al máximo central ( $\theta = 0$ ).

No existe una forma sencilla de deducir la posición de los máximos secundarios. Hay un máximo aproximadamente a la mitad de la distancia angular entre dos mínimos, pero no exactamente.

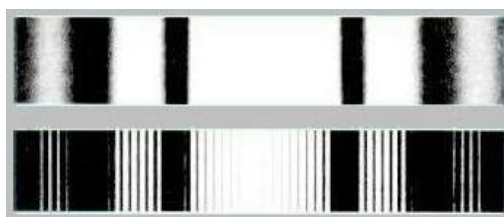
Consideremos la posición angular del 1er mínimo dentro de la aproximación de ángulos pequeños, donde  $\text{sen}\theta \approx \theta$ . Sustituyendo en la expresión anterior con  $m = 1$ :

$$\theta \approx \lambda/a$$

Significa que el primer mínimo aparece más separado del centro mientras más se reduce el tamaño de la rendija (el máximo central se ensancha). El fenómeno se observa mejor para las longitudes de onda larga (naranja y rojo).

### 7.8 La Difracción en el Experimento de Young

En la figura adjunta se observa, en la parte superior, el patrón de difracción de una de las rendijas en un experimento de Young. En la parte inferior aparece el patrón de interferencia producido por las dos rendijas. Las franjas de interferencia no pueden aparecer en las regiones donde la difracción no permite la llegada de la luz. Se dice entonces que el patrón de interferencia está *modulado* por el patrón de difracción.



### 7.9 Redes de Difracción

Una red de difracción es un sistema óptico similar al del experimento de Young, pero con miles de rendijas por cm.

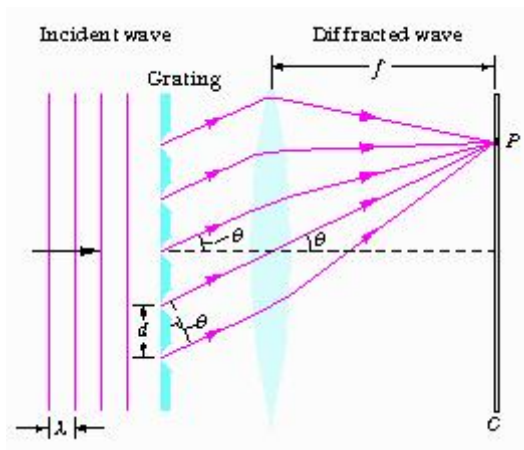
Las redes se construyen de diferentes formas (por ej., rayando vidrio con máquinas muy precisas o por métodos fotográficos de reducción de una imagen a rayas). Si  $\ell$  es la longitud de la red y  $N$  el número de ranuras, la distancia entre ranura vendrá dada por

$$d = \frac{\ell}{N}$$

el inverso de esta distancia ( $1/d$ ) es la *constante de la red* (número de ranuras por cm). Cuando se hace incidir luz monocromática sobre una red de difracción, se obtiene un patrón de interferencia similar al del experimento de Young, pero mucho más intenso. La condición de máximo de interferencia es la misma que en el experimento de Young:

$$d \text{sen}\theta = m\lambda$$

donde  $m = 0, \pm 1, \pm 2$ , etc.



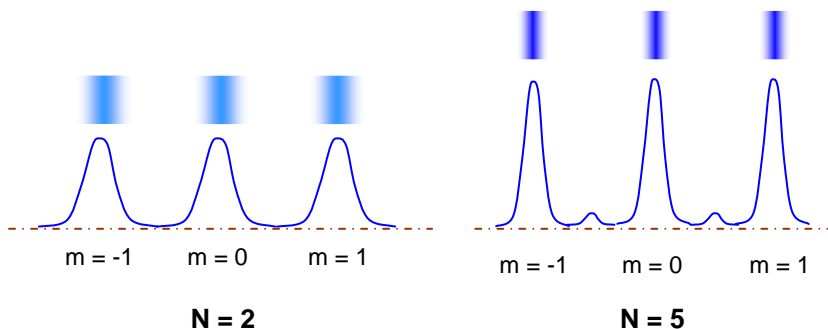
En realidad, esta es la expresión de los *máximos principales* porque también aparecen pequeños máximos secundarios de muy poca intensidad, y que no serán tomados en cuenta en el análisis posterior.

### Propiedades de las Redes

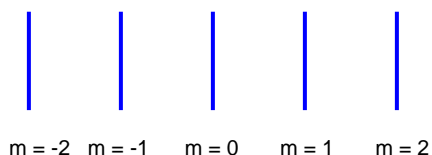
- Los máximos principales cumplen la condición  $d \text{sen}\theta = m\lambda$ , donde  $d$  es la distancia entre ranuras.

La distancia entre máximos también es similar a la del experimento de Young;  $\Delta x = \lambda L/d$ .

- Mientras mayor sea el número N de franjas iluminadas, más intensos y estrechos serán los máximos sin que su posición angular varíe.



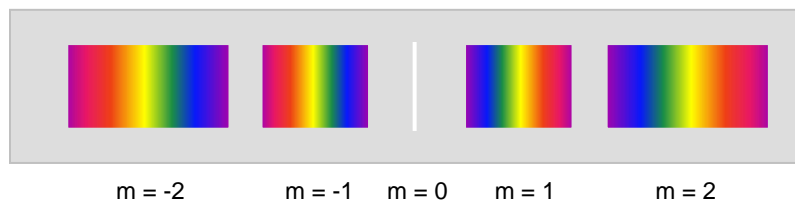
Cuando N es del orden de miles de rendijas por cm, se obtienen líneas muy estrechas, con un ensanchamiento mínimo.



Cuando la red se ilumina con luz blanca en vez de con luz monocromática, cada longitud de onda proporciona un máximo en un ángulo ligeramente diferente, de acuerdo a lo que expresa la condición de máximo  $d \sin \theta = m \lambda$ . Analicemos brevemente la ecuación:

$m = 0 \rightarrow \sin \theta = 0$  para cualquier  $\lambda$ . Por tanto, en el punto central de la red todas las  $\lambda$  se reúnen nuevamente, y aparece un máximo de luz blanca.

$m = 1 \rightarrow \sin \theta = m \lambda / d$ . Para cada  $\lambda$  se obtiene un ángulo  $\theta$  diferente. Significa que la luz se dispersa en sus *componentes espectrales*. Cada longitud de onda aparece separada en la pantalla. Lo mismo sucede cuando  $m = 2$ ,  $m = 3$ , etc.

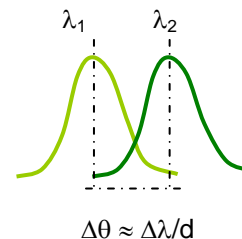


Junto a los prismas, las redes de difracción son muy utilizadas en los *espectrógrafos* para obtener los espectros de fuentes luminosas. Usualmente tienen un poder de dispersión mayor que los prismas y permiten analizar un intervalo mayor de longitudes de onda.

### 7.10 Poder Separador y Dispersión de la Red

#### Poder Separador

En el espectro de 1er orden de la sección 7.8, considere los máximos correspondientes a dos longitudes de onda muy cercanas,  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ . Si los dos máximos se encuentran muy unidos, no es posible distinguir o “separar” una longitud de onda de la otra. Se acostumbra considerar que las líneas están separadas cuando cumplen el *criterio de Rayleigh*.



El criterio de Rayleigh establece que las líneas correspondientes a dos diferentes  $\lambda$  pueden considerarse resueltas o separadas a partir de que el máximo de una de ellas coincida con el 1er mínimo de difracción de la otra. El poder separador de la red se define por la expresión

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

donde  $\lambda = \frac{1}{2} (\lambda_1 + \lambda_2)$ . Es posible demostrar que, para ángulos pequeños, el poder separador de la red depende del número de rendijas iluminadas por la expresión

$$R = Nm,$$

donde  $m$  es el orden del espectro.

### Dispersión

Otro parámetro característico de la red es su dispersión, definida como  $D = d\theta/d\lambda$ . Se deja al lector la tarea de demostrar, derivando en la condición de máximo, que la dispersión de la red resulta ser igual a

$$D = \frac{m}{d \cos \theta}$$

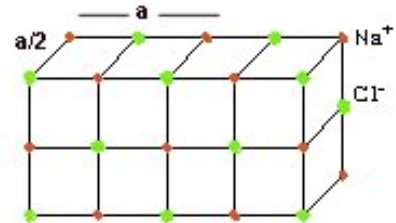
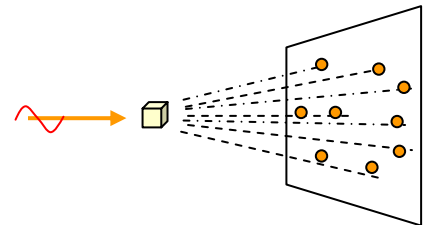
Esta expresión indica que las líneas estarán más separadas mientras menor sea la separación  $d$  entre rendijas y también mientras mayor sea el ángulo de dispersión  $\theta$ .

### 7.11 Difracción de Rayos X

En 1912 el alemán Max Von Laue encontró que al hacer incidir una haz de radiación de rayos X no monocromático sobre un cristal de sal común (NaCl) aparecía un patrón de difracción característico, que podía ser recogido en una placa fotográfica. Este experimento permitió verificar dos cosas muy importantes, desconocidas hasta el momento:

- La naturaleza ondulatoria de los rayos X, que habían sido descubiertos por Röntgen en 1895 sin que se lograra determinar de qué estaban compuestos.
- La estructura periódica de los cristales, lo que hoy día se conoce como *estructura cristalina* de las sustancias sólidas.

Un *cristal* es un arreglo ordenado de átomos o moléculas, que se repite periódicamente en el espacio. La *celda elemental* del cristal es la mínima unidad mediante la cual el cristal se puede construir por repetición tridimensional. En el NaCl la celda elemental es cúbica, de longitud  $a = 5.62 \text{ \AA}$ , y contiene iones alternos de  $\text{Cl}^-$  y  $\text{Na}^+$  (cristal iónico).



La unión de los átomos que se encuentran en un mismo plano forma los llamados *planos cristalinos*. Cada cristal posee múltiples familias de planos cristalinos, con diferentes distancias interplanares.

La difracción de la radiación en los cristales sólo tiene lugar cuando el tamaño de longitud de onda es del orden de las distancias interplanares del cristal ( $\lambda \sim a$ ). Esta longitud de onda, del orden de unos pocos ángstrom, corresponde a la región de los rayos X. Es posible encontrar las direcciones de los rayos difractados en el experimento de Laue de una forma muy sencilla; considerando que cada familia de planos se comporta como un conjunto de espejos semiplataados. En la realidad, cada átomo se comporta como un emisor de ondas secundarias, a causa de la oscilación de los electrones excitados por la radiación incidente. Las ondas secundarias interferirán, dando máximos de difracción en determinadas direcciones.

La condición de máximo, que presentamos sin demostración, es

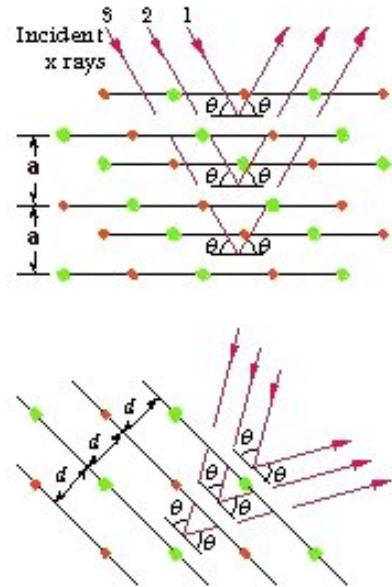
$$2d\sin\theta = m\lambda$$

donde  $d$  es la correspondiente distancia interplanar y  $\theta$  el ángulo formado por el plano y la radiación incidente (ver figura adjunta).

Esta expresión se conoce como *Ley de Bragg*. En el experimento de Laue, realizado con radiación no monocromática, se observa un haz difractado siempre que  $\lambda$ ,  $\theta$  y  $d$  sean tales que se cumpla la ley de Bragg.

### Absorción de los rayos X

Los rayos X de longitud de onda larga, mucho mayor que las distancias interplanares, no se difractan al incidir sobre la sustancia, pero tienen la propiedad de atravesar en mayor o menor grado los cuerpos opacos a la luz visible. De aquí que el uso más extendido de los rayos X haya sido como herramienta de diagnóstico médico. La absorción de los rayos X será mayor allí donde la sustancia sea más densa (huesos) mientras que la radiación que incide sobre los tejidos blandos pasa con mucha mayor facilidad. Utilizando una placa fotográfica es posible obtener fotografías (*radiografías*) donde se observa perfectamente el contraste entre los huesos sombreados y los tejidos blandos. Como en el negativo fotográfico se invierte la coloración, los huesos se ven blancos y los tejidos blandos más oscuros.



Para obtener rayos X se utilizan tubos al vacío donde los electrones emitidos por un cátodo son frenados bruscamente en un ánodo. El frenaje brusco de los electrones produce la emisión de rayos X y calor. Regulando la velocidad de los electrones, la naturaleza del cátodo y utilizando filtros es posible obtener radiaciones de diferentes longitudes de onda.

En noviembre de 1895, Wilhelm Conrad Roentgen (1845 - 1923) trabajaba en su laboratorio de la universidad de Würzburg, en Alemania, estudiando los efectos de pasar una corriente eléctrica a través de un gas a presiones muy bajas. Al llevar a cabo sus observaciones, notó que su dispositivo ocasionaba la fluorescencia de sales de platino cianuro de bario que se encontraban sobre su mesa de trabajo.

Después de realizar una serie de experimentos cuidadosos, llegó a la conclusión de que había descubierto un nuevo tipo de radiación, a la que llamó "rayos X". Al investigar la capacidad de penetración de estos nuevos rayos, Roentgen puso una placa fotográfica debajo de la mano de su mujer y registró así la primera "placa" de rayos X de la historia. En la figura adjunta se muestra esta primera foto, donde se ve claramente el anillo de boda de la Sra. Roentgen en el dedo anular. Roentgen fue galardonado en 1901 con el premio Nóbel de física.

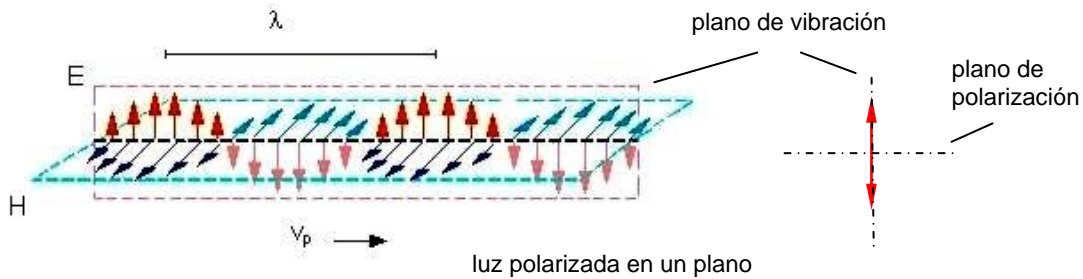
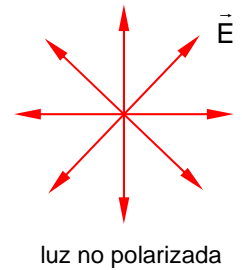
### 7.12 Polarización de la Luz

La luz ordinaria es *no polarizada*, tanto si es natural como artificial. Significa esto que si, colocados de frente a la fuente de luz, fuéramos capaces de medir el vector intensidad de campo eléctrico a lo largo

de una dirección determinada, obtendríamos algo similar a lo representado en la figura: cualquiera que sea la dirección del espacio que se escoja para medir  $\vec{E}$ , se obtendría el mismo valor.

Dicho de otra forma, la componente del vector intensidad de campo tiene el mismo valor en todas las direcciones.

Por el contrario, si se logra obtener luz donde el vector intensidad de campo vibre siempre en una sola dirección, decimos que la luz está *polarizada en un plano*.



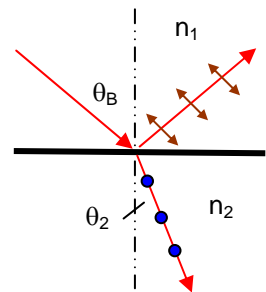
También es posible la existencia de la luz *parcialmente polarizada*, en la que el vector intensidad de campo tiene un valor mayor en determinada dirección, pero no se anula totalmente en la dirección perpendicular.

Existen diferentes formas de obtener luz polarizada. A continuación se describen algunas de ellas.

### Polarización por Reflexión

Cuando la luz se refleja o se refracta en cualquier superficie, se polariza en mayor o menor grado. El grado de polarización depende del ángulo de incidencia. Se ha encontrado que existe un cierto ángulo de incidencia  $\theta_B$  donde tanto la luz reflejada como la refractada salen totalmente polarizadas. Ese ángulo se denomina *ángulo de Brewster*. Es posible demostrar que en ángulo de Brewster viene dado por la expresión

$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$

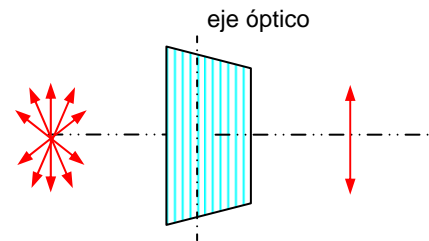


donde  $n_1$  es el índice de refracción del medio de donde proviene la luz. También se demuestra que cuando el ángulo de incidencia es igual al ángulo de Brewster, para el rayo refractado se cumple que  $\theta_B + \theta_2 = 90^\circ$ .

### Láminas Polaroides

Los cristales de sulfato de iodo-quinina poseen *anisotropía cristalina*. Significa que sus propiedades ópticas son diferentes en dependencia de la dirección de propagación relativa a sus ejes cristalográficos. Estos cristales absorben la luz selectivamente, en dependencia de la dirección del vector intensidad de campo  $E$  respecto a esos ejes. El fenómeno se conoce como *dicroísmo*.

Las láminas polaroides se construyen de algún tipo de plástico

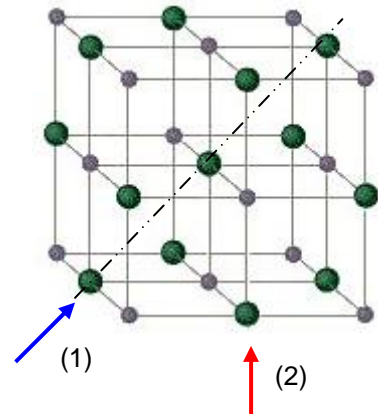


transparente, con la adición de microcristales de sulfato de iodo-quinina. Los cristales se someten a un proceso de orientación por estiramiento, de manera tal que todos quedan orientados en la misma dirección. Así, al atravesar una lámina polaroide, la luz es absorbida con mayor intensidad a lo largo de determinadas direcciones, y la fracción que logra atravesar la lámina queda polarizada en un plano.

La dirección de la lámina a la cual el vector  $E$  sale paralelo se denomina *eje óptico* de la lámina.

### Birrefringencia

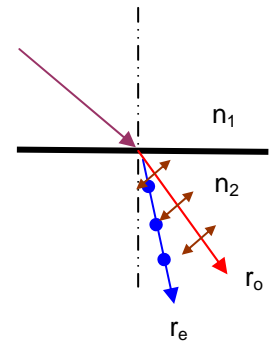
Muchos sólidos cristalinos poseen diferentes propiedades físicas a lo largo de diferentes direcciones. En el esquema de un sólido cristalino representado en la figura, no es lo mismo "moverse" a lo largo de la dirección (1) que a lo largo de (2). Las distancias entre planos atómicos y átomos iguales no son las mismas, ni tampoco lo es la interacción de los átomos vecinos.



Esta anisotropía da lugar a que, en algunos cristales y en determinadas condiciones, un solo rayo incidente de lugar a dos rayos refractados. El fenómeno se conoce como *doble refracción* ó *birrefringencia*.

Cuando hay birrefringencia, a partir de un rayo incidente  $r_i$  aparecen dos rayos refractados: el *rayo ordinario* y el *rayo extraordinario*.

- El rayo ordinario ( $r_o$ ) cumple la ley de Snell.
- El rayo extraordinario ( $r_e$ ) no cumple la ley de Snell (ni siquiera está en el mismo plano que los otros dos).
- Ambos rayos están polarizados en direcciones perpendiculares y tienen diferente velocidad de propagación. Significa que  $n_o \neq n_e$ .
- En general, el índice de refracción extraordinario  $n_e$  depende de la dirección. El valor de  $n_e$  que difiere más de  $n_o$  es el *índice principal* de refracción del rayo extraordinario.
- Algunos cristales necesitan de *tres* índices de refracción para describir su comportamiento.

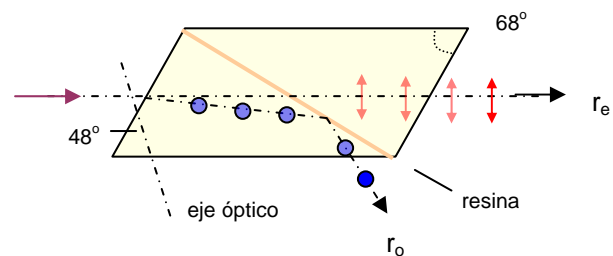


En la tabla siguiente aparecen los índices de refracción ordinario y extraordinario principal de algunas sustancias.

Sustancia	$n_o$	$n_e$
Hielo	1.309	1.313
Cuarzo	1.544	1.543
Calcita ( $\text{CaCO}_3$ )	1.658	1.486

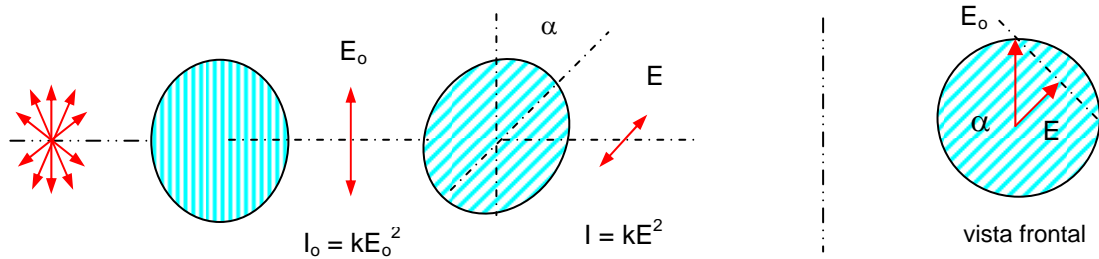
### Prisma de Nicol

El prisma de Nicol es un dispositivo que se utiliza para obtener luz polarizada, basado en el fenómeno de la birrefringencia. Se construye pegando dos prismas de calcita transparente monocristalina con resina del abeto balsámico del Canadá (bálsamo del Canadá) que posee un alto índice de refracción ( $n = 1.55$ ). El eje óptico del cristal es aquel que, cuando la luz viaja en esa dirección, no se polariza.



### 7.13 Ley de Malus

Considere un dispositivo polarizador – analizador como el que se muestra en la figura, construido con dos nicoles o con láminas polaroides.



Interesa calcular la relación entre las intensidades antes y después de pasar el analizador. Para ello se considera que la lámina polaroide sólo deja pasar la componente de  $E_0$  que se encuentra a lo largo del eje óptico. Por tanto, de la figura se ve que

$$E = E_0 \cos \alpha$$

$$I = kE^2 = kE_0^2 \cos^2 \alpha$$

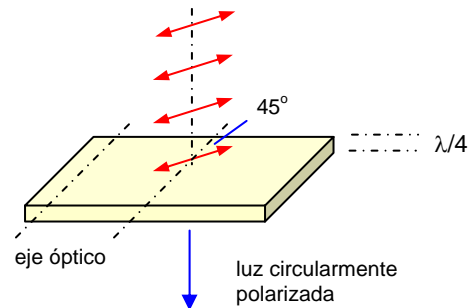
y sustituyendo  $I_0 = kE_0^2$  se llega finalmente a la ley de Malus:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

Los sistemas polarizadores – analizadores se utilizan en instrumentos tales como polarímetros y sacarámetros, analizados en las secciones siguientes.

### 7.14 Luz Circularmente Polarizada

En determinadas condiciones es posible obtener un rayo de luz donde el vector  $\vec{E}$  describa una circunferencia al transcurrir el tiempo. Esto se logra haciendo pasar luz polarizada por un cristal birrefringente, con el eje óptico orientado adecuadamente y de un espesor tal que el rayo ordinario y el extraordinario, que tienen diferentes velocidades de propagación, salgan perpendiculares entre sí y con una diferencia de fase de  $\pi/2$ .



Para demostrar que la composición de estos dos rayos proporciona un vector que describe una circunferencia, analicemos cuáles son las componentes de un vector que rota con velocidad angular constante  $\omega$  alrededor de un eje fijo, como se muestra en la figura. Se considera que  $\phi = (kr - \omega t)$ , donde  $r$  es la distancia a lo largo de la dirección de propagación, constante en un punto determinado. Entonces,

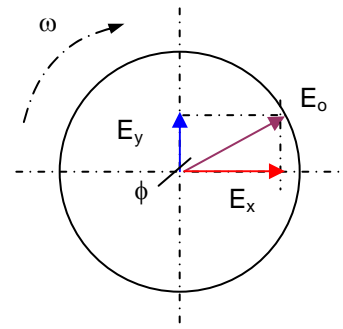
$$E_x = E_0 \sin(kr - \omega t)$$

$$E_y = E_0 \cos(kr - \omega t)$$

De acuerdo a las relaciones trigonométricas notables,  $\sin(\theta + \pi/2) = \cos\theta$ . Por tanto,

$$E_x = E_0 \sin(kr - \omega t)$$

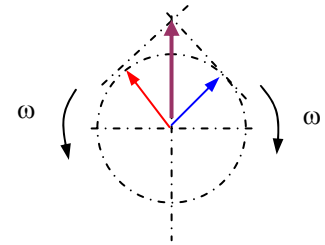
$$E_y = E_0 \sin(kr - \omega t + \pi/2)$$



Pero estas dos ecuaciones representan a dos ondas polarizadas en un

plano que se propagan en dirección perpendicular al plano del papel, con igual amplitud, perpendiculares entre sí, y con diferencia de fase de  $\pi/2$ , como se había señalado anteriormente.

Es posible considerar la luz polarizada en un plano como formada por la superposición de dos ondas circularmente polarizadas que giran en sentido contrario, con la misma velocidad angular e igual amplitud (ver figura). Esta representación es útil para explicar determinados fenómenos, como se verá a continuación.



### 7.15 Actividad Óptica

Existen sustancias que tienen la propiedad de hacer rotar el plano de polarización cuando la luz las atraviesa. Se denominan *sustancias ópticamente activas*, y pueden ser tanto líquidas como sólidas. En el caso de los sólidos se destaca el cuarzo, mientras que en los líquidos pueden mencionarse el alcohol amílico, las disoluciones de ácido tartárico, de glucosa, sacarosa y levulosa. Las sustancias ópticamente activas también pueden ser *dextrógiras* o *levógiras*, en dependencia de si el plano de polarización rota a la derecha o a la izquierda cuando el observador se encuentra de frente a la fuente de luz. En la práctica se encuentra que el ángulo de giro es proporcional a la longitud  $l$  de sustancia atravesada por la luz. Es decir; en los sólidos:

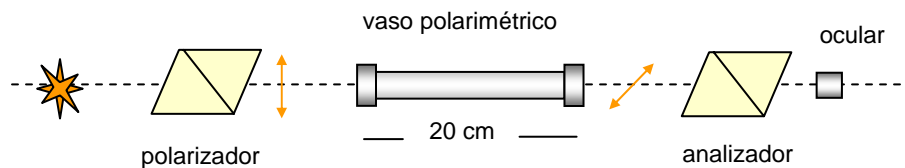
$$\theta = \alpha l$$

mientras que en los líquidos,

$$\theta = \frac{\alpha C l}{100}$$

donde  $C$  es la concentración, usualmente expresada en gramos por 100 ml.

El coeficiente  $\alpha$  se denomina *rotación específica* de la sustancia en cuestión y depende, en general, de la longitud de onda y de la temperatura. Por esta razón, los valores que aparecen tabulados en los manuales usualmente vienen reportados para la luz de sodio de 589 nm, una lámpara de uso muy extendido en el trabajo de laboratorio.



El instrumento que se utiliza para medir el ángulo rotado en disoluciones es el *polarímetro*, cuyo esquema se muestra a continuación. El instrumento posee escalas en el ocular que permiten determinar el ángulo rotado. Se opera haciendo girar el analizador hasta la posición de máxima penumbra antes y después de colocar el vaso polarimétrico con la disolución a analizar. Un *sacarímetro* es un tipo especial de polarímetro diseñado especialmente para determinar concentraciones de sacarosa.

La actividad óptica en las disoluciones depende del arreglo espacial de los átomos en las moléculas de la sustancia disuelta. Estas moléculas, que no tienen centros o planos de simetría, poseen una simetría particular que hace que la luz circularmente polarizada con diferentes sentidos de rotación atraviese la sustancia con diferente velocidad (moléculas enantiomorfas). El considerar la luz polarizada en un plano como formada por dos haces de luz circularmente polarizada, rotando en sentidos contrarios, permite dar una explicación simple a la rotación del plano de polarización. En la figura, la componente circularmente polarizada rotando a la derecha se mueve más rápido que la componente izquierda. Como resultado, el vector resultante se mueve hacia la derecha.

